Олимпиадная работа
по математике
ученицы 11 класса
Жамбаевой Миланы.
Школьный тур.

① $15\% = \frac{15}{100}$, $33\% = \frac{33}{100}$

Искомым числом может быть дробь, числитель которой сократим с 100, а знаменатель с числами 15 и 33, например $\frac{100}{3}$

15% от $\frac{100}{3} = \frac{15}{100} \cdot \frac{100}{3} = 5$ – целое

33% от $\frac{100}{3} = \frac{33}{100} \cdot \frac{100}{3} = 11$ – целое

Ответ: $\frac{100}{3}$ 7 б

② Данная сумма состоит из 50 пар разностей квадратов:

$100^2 - 99^2 = (100-99)(100+99) = 199$

$98^2 - 97^2 = (98-97)\cdot(98+97) = 195$

$96^2 - 95^2 = (96-95)\cdot(96+95) = 191$

$\dots$

$6^2 - 5^2 = (6-5)(6+5) = 11$

$4^2 - 3^2 = (4-3)(4+3) = 7$ 7 б

$2^2 - 1^2 = (2-1)(2+1) = 3$

Найдем сумму чисел: первое + последнее, второе + предпоследнее и т.д.

$199 + 3 = 202$

$195 + 7 = 202$ и т.д. Всего $\frac{50}{2} = 25$ пар

$$\begin{array}{r} \times\ 202 \\ 25 \\ \hline 1010 \\ +\ 404 \\ \hline 5050 \end{array}$$

Ответ: 5050

(4) $\sin x \cdot \cos y + 1 \geqslant \sin x + \cos y$

Соберем все слагаемые в левой части неравенства.

$\underline{\sin x \cdot \cos y} + 1 - \underline{\sin x} - \cos y \geqslant 0$

$\sin x \cdot (\cos y - 1) - (\cos y - 1) \geqslant 0$

$(\cos y - 1)(\sin x - 1) \geqslant 0$

При любых значениях x и y 7б

$|\cos y| \leq 1$, $|\sin x| \leq 1$;

Поэтому выражение в скобках ≤ 0, а их произведение $\geqslant 0$